

## ZADACI ZA VEŽBE IZ STATISTIKE 2019/2020

1. Dati su podaci o broju položenih ispita 50 studenata I godine:

2 1 3 4 1 7 3 5 6 1 2 5 4 6 4 7 1 3 1 2 6 2 5 7 4  
4 3 4 2 2 3 4 3 3 5 3 1 5 3 2 1 6 7 7 6 1 2 3 6 5

Izvršiti grupisanje studenta prema broju položenih ispita.

2. Izvršiti grupisanje studenata prema visini, koristeći Sturges-ovo pravilo, ako je visina studenata data u cm.

167 153 168 163 187 183 150 167 183 170 167 152 180 194 162 172 175 194 195 195 157 184 194  
200 210 154 185 180 205 193 190 152 156

3. Date podatke prikazati grafičkipomoću strukturalnog kruga:

**Tabela br.1** Stanovništvo Republike Srbije prema stepenu obrazovanja

Stepen obrazovanja	Učešće (%)
Bez osnovnog obrazovanja	13,00
Osnovno obrazovanje	21,00
Srednje obrazovanje	49,00
Više obrazovanje	6,00
Visoko obrazovanje	11,00

Izvor: Republički zavod za statistiku

Prema podacima RZS za prethodnu godinu ukupan broj stanovnika u Republici Srbiji iznosi 7 miliona. Izračunati apsolutne frekvencije svakog od navedenih stepena obrazovanja.

4. Dati raspored frekvencija prikazati grafički (svi odgovarajući grafici).

**Tabela br.2** Raspored studenata prema oceni iz Statistike:

Ocena	Broj studenata
6	50
7	20
8	15
9	10
10	2

Izvor:..

5. **Tabela br.3** Raspored radnika prema dužini radnog staža:

Radni staž u godinama	Broj radnika
5 – 10	12
10 – 15	13
15 – 20	20
20 – 25	15
25 i više	10

Izvor: Kadrovska služba preduzeća X

Podatke prikazati pomoću histograma, poligona frekvencija i poligona kumulativa (kumulanta „ispod“ i „iznad“).

6. **Tabela br.4** Broj zaposlenih i vrednost proizvodnje u periodu 2012-2017. U preduzeću A

Godina	Broj zaposlenih	Vrednost proizvodnje (u mil. din.)	log Y1	log Y2	Lančani indeksi vrednosti proizvodnje
2012	25	120	1.39794	2.079181	-
2013	50	250	1.69897	2.39794	208.33
2014	70	400	1.845098	2.60206	160.00
2015	100	1500	2	3.176091	375.00
2016	250	5500	2.39794	3.740363	366.67
2017	500	15000	2.69897	4.176091	272.73

Podatke prikazati pomoću polulogaritamskog dijagrama.

7. Podatke o prometu putnika na jednom graničnom prelazu prikazati odgovarajućim grafikom. Na istom grafiku uporediti kretanje date pojave sa njenim prosečnim nivoom tokom datog perioda.

**Tabela br. 5** Promet putnika na graničnom prelazu tokom 2017- 2018. (u 0000):

Kvartal	Godina	
	2017	2018
I	20	30
II	25	30
III	80	100
IV	45	50

8. Utvrditi i objasniti aritmetičku i geometrijsku sredinu za podatke u Zadatku br. 4 (Tabela br. 2)
9. Na osnovu podataka Tabele br. 4 (Zadatak br. 6) izračunati geometrijsku stopu rasta vrednosti proizvodnje u posmatranom periodu.
10. U cilju kontrole kvaliteta pristiglog kontingenta baterija, odabran je slučajan uzorak od 28 baterija i kontrolom njihovog veka trajanja dobijeni su sledeći rezultati:

**Tabela br. 6**Baterije prema veku trajanja (u h)

Vek trajanja baterija	Broj baterija
23– 25	2
25 – 27	5
27 – 29	10
29 – 31	8
31 i više	3

Utvrditi i objasniti aritmetičku sredinu.

11. Grupa od 5 radnika ima sledeći broj godina radnog staža: 34, 12, 13, 26, 25. Odrediti modus.
12. Posmatramo grupu od 8 studenata prema broju ispita koji su položili do oktobarskog ispitnog roka: 2, 5, 6, 2, 4, 7, 3, 5. Odrediti i objasniti modus.
13. Računskim i grafičkim putem odrediti modus za podatke iz Tabele br. 6.
14. Ukoliko je starost nastavnika u jednoj školi: 28, 28, 30, 45, 47,odrediti medijalnu vrednost.
15. Računskim i grafičkim putem odrediti medijanu za podatke iz Tabele br. 6.
16. Dati su sledeći podaci:

**Tabela br. 7** Raspored učenika jednog odeljenja prema oceni iz Matematike

Ocena	Broj učenika
1	6
2	5
3	7
4	4
5	5

Utvrditi:

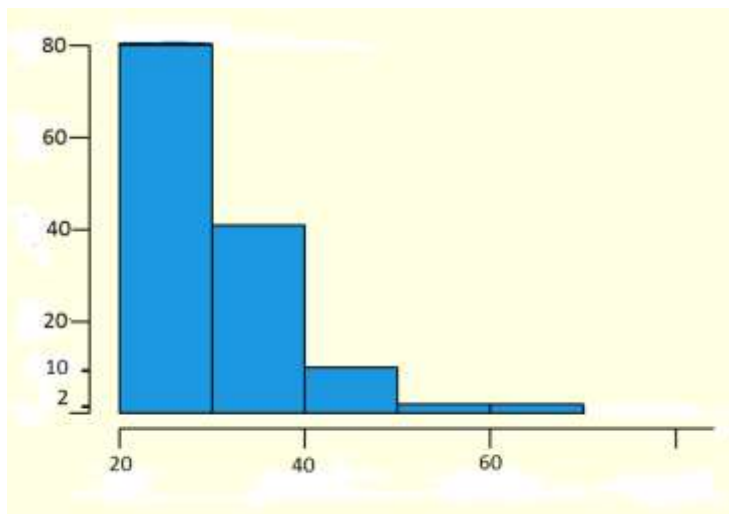
- Rang varijacije
- Interkavartilni rang
- Varijansu i standardnu devijaciju
- Koeficijent varijacije
- Odnosom srednjih vrednosti utvrditi asimetriju datog rasporeda
- Računskim putem utvrditi asimetriju i spljoštenost datog rasporeda

17. Uzorak radnika jedne kompanije dao je sledeće rezultate u pogledu mesčne zarade:

$n$	Rang	Minimum	Maximum	Ar. sredina	Std. Devijacija	Varijansa
50	71283	21732	93016	49597	15762	248457144

Objasniti date pokazatelje.

18. Dati su podaci o starosti radnika jedne kompanije:



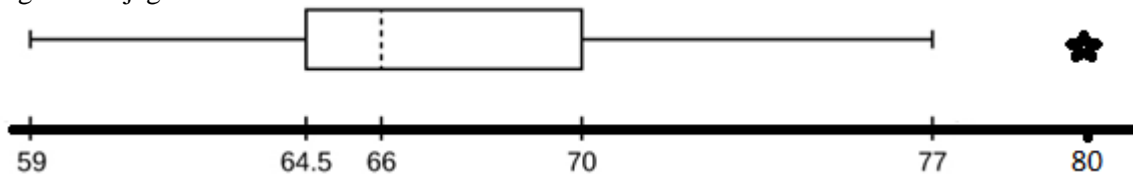
- Objasniti grafik formirati raspored frekvencija
- Utvrđiti asimetriju rasporeda odnosom srednjih vrednosti

19. Dati su podaci o broju neispravnih proizvoda tokom jednog radnog dana na 11 mašina u jednom pogonu:

28, 29, 29, 10, 38, 37, 20, 30, 34, 35, 36

Konstruisati *box plot* i objasniti značenje pokazatelja korišćenih za njegovo crtanje. Kakva je asimetrija posmatranog niza podataka?

20. Objasniti grafik i njegove elemente:



- Iz osnovnog skupa izvučen je uzorak od 400 jedinica. Pretpostavlja se da je osnovni skup normalno raspoređen. Aritmetička sredina uzorka je 25, a standardna devijacija osnovnog skupa je 3. Oceniti interval u kome će se naći aritmetička sredina osnovnog skupa uz rizik greške od 0,01.
- Koristeći podatke iz Zadatka 17, oceniti ukupne mesečne izdatke ove kompanije uz rizik greške od 0.2, ukoliko je stopa izbora 0.06.
- Koristeći podatke iz Zadatka 10, uz pretpostavku da je osnovni skup normalno raspoređen, uz rizik greške od 0,02, oceniti prosečan vek trajanja baterija u kontingentu.
- Na osnovu podataka iz Zadatka 5, uz koeficijent pouzdanosti od 0,95, oceniti relativno učešće radnikakoji imaju radni staž duži od 20 godina.

25. U cilju ocene prosečnog mesečnog prihoda po članu seoskog domaćinstva na jedom području anketirano je 100 domaćinstava. Formiran je stratifikovan uzorak proporcionalnim slučajnim izborom, a rezultati su dati u sledećoj tabeli:

**Tabela br.8** Prihodi seoskih domaćinstava

Veličina poseda u ha	Veličina uzorka	Prosečni prihodi po članu ( u 000 din.)	Standardna devijacija u uzorku
Do 3	55	10	2
3 – 5	20	12	1
5 – 8	15	14	3
8 i više	10	16	3

Oceniti prosečan mesečni prihod po članu seoskog domaćinstva uz rizik greške od 0,05.

26. Stratifikovan slučajni uzorak dao je sledeće rezultate:

**Tabela br.9** Procenat radnika koji govore Engleski jezik

Pogon	Veličina uzorka	Učešće radnika koji govore Engleski	Standardna greška
A	400	0,15	0,03
B	500	0,20	0,03
C	100	0,12	0,01

Oceniti, uz rizik greške od 0,04, relativno učešće radnika koji govore Engleski jezik.

27. Proizvodjač tvrdi da je neto težina jednog proizvoda 500 gr. U cilju provere ove tvrdnje na slučaj je uzet uzorak od 64 proizvoda i ustanovljena je prosečna težina od 502 gr. Sa rizikom greške I vrste od 0,05 proveriti tvrdnju proizvodjača ako je poznato da je standardna devijacija osnovnog skupa 8 gr.
28. Prosečan vek trajanja jedne vrste tranzistora je manji od 150 h. Standardna devijacija osnovnog skupa je 20 h. Na osnovu slučajnog uzorka od 100 tranzistora, čija je aritmetička sredina 146 h, proveriti navedenu tvrdnju uz rizik greške  $\alpha$  od 0,05.
29. Koristeći podatke iz Zadatka 17, proveriti da li je tačna pretpostavka da je prosečna plata radnika u ovoj kompaniji veća od 50 hiljada. Proveru izvršiti koristeći rizik greške  $\alpha=0,03$ , uz pretpostavku da je osnovni skup normalno raspoređen.
30. Koristeći podatke iz Tabele br. 6, proveriti pretpostavku da je prosečni vek baterija kraći od 30 časova. Raditi sa rizikom greške I vrste od 0,01.
31. Na osnovu podataka iz Tabele br. 3, proveriti tvrdnju da preko 1/3 radnika ima radni staž manji do 15 godina. Raditi sa rizikom greške prve vrste od 0.04.
32. Ministarstvo obrazovanja želi da ispita da li postoji razlika u visini prosečne ocene sudiranja između studenata Ekonomskih fakulteta u Beogradu i Nišu. U tom cilju je uzet uzorak od 144 studenta Ekonomskog fakulteta u Beogradu i utvrđena je prosečna ocena studiranja od 7,2, dok je u uzorku od 64 studenta Ekonomskog fakulteta u Nišu prosečna ocena bila 7,0. Poznato je da su osnovni skupovi normalno raspoređeni sa standardnim devijacijama od 0,6 u Beogradu i 0,4 u Nišu. Ispitati statističku značajnost ove razlike uz  $\alpha=0,05$ .
33. Ako je u uzorku od 15 kioska u centru grada prosečan dnevni promet 10000 dinara, a u uzorku od 10 kioska na periferiji grada prosečan dnevni promet 8000, ispitati da li se ovi delovi grada značajno razlikuju u pogledu ostvarenog dnevnog prometa. Standardna devijacija prvog uzorka je 500 dinara, a drugo 600 dinara. Pretpostavlja se da su osnovni skupovi normalno raspoređeni i da su varijanse skupova uzajamno jednake. Raditi sa rizikom greške  $\alpha=0,05$ .
34. Trgovina je nabavila dve vrste kesa za pakovanje. U uzorku od 160 kesa proizvodjača A pronađeno je 10 sa defektom, a u uzorku od 120 kesa proizvodjača B nađeno je 6 neispravnih. Uz rizik greške od 0,05 ispitati da li se kvalitet kesa bitno razlikuje obzirom na to od kog proizvodjača dolaze.
35. Ispitujemo efekte sprovođenja tri strategije prodaje novog proizvoda na tržištu. Odabrane strategije se primenjuju u 15 maloprodajnih objekata približno iste veličine koji su odabrani slučajnim putem. Podaci o ostvarenom prometu (u mil.din) dati su u sledećoj tabeli:

**Tabela br. 10** Ostvareni promet (u mil. dinara)

Strategija		
S1	S2	S3
35	38	42
25	40	39
38	36	45

26	35	38
36	31	46

Izvor Varijabiliteta	Suma kvadrata odstupanja	Broj stepeni slobode	Ocena varijanse	F
Izmedju uzoraka	253.333	2	126.667	6.281
Unutar uzoraka	242.000	12	20.167	
Ukupno	495.333	14		

Utvrđiti vrednost Fišerovog kriterijuma i objasniti rezultat.

36. Uzorak od 30 kupca jednog tržnog centra dao je sledeće podatke u pogledu vrednosti ostvarene kupovine, a s obzirom na obrazovanje kupaca.

Izvor Varijabiliteta	Suma kvadrata odstupanja	Broj stepeni slobode	Ocena varijanse	F
Izmedju uzoraka	?	2	2220186	?
Unutar uzoraka	?	?	?	
Ukupno	10534973	29		

- a) Koliko je nivoa obrazovanja posmatrano?  
 b) Proveriti, na nivou značajnosti od 0,01, da li obrazovanje utiče na kupovinu.

37. Podaci o učešću sportista iz pet gradova na takmičenju dati su u sledećoj tabeli:

**Tabela br. 11** Raspored sportista prema gradu iz koga dolaze:

Grad	Učešće	
	Planirano u %	Ostvareno
A	20	8
B	30	12
C	10	10
D	10	10
E	30	20

Uz  $\alpha=0,01$  proveriti da li ostvareno učešće sportista odgovara planiranom.

38. Slučajan uzorak od 300 žitelja jedne opštine dao je sledeće rezultate u pogledu obrazovanja i pola:

**Tabela br. 12** Raspored žitelja prema polu i stepenu obrazovanja

Pol	Stepen obrazovanja				
	Zanat	Srednje	Više	Visoko	Ostalo
Muški	19	45	32	27	9
Ženski	37	57	23	28	23

**Tabela br. 13** Empirijske i očekivane frekvencije

Frekvencije			Stepen obrazovanja					Ukupno
			Zanat	Srednje	Više	Visoko	Ostalo	
Pol	Muški	Empirijske	19	45	32	27	9	132
		Očekivane	24.6	44.9	24.2	24.2	14.1	132.0
	Ženski	Empirijske	37	57	23	28	23	168
		Očekivane	31.4	57.1	30.8	30.8	17.9	168.0
Ukupno		Empirijske	56	102	55	55	32	300
		Očekivane	56.0	102.0	55.0	55.0	32.0	300.0

Da li postoji zavisnost izmedju pola i stepena obrazovanja? Raditi sa rizikom greške  $\alpha=0,05$ .

39. U sedam prodavnica jednog trgovinskog preduzeća zabeleženi su sledeći podaci:

**Tabela br.14** Površina i ostvareni promet u sedam prodavnica trgovinskog preduzeća

Površina prodajnog objekata u m <sup>2</sup>	Ostvareni promet (u 0000 dinara)
8	12
11	17
13	21
16	24
20	28
25	34
26	39

- Odrediti odgovarajuću liniju regresije.
- Utvrđiti mere reprezentativnosti ocenjenog linearnog regresionog modela.
- Testirajte značajnost ocenjenog koeficijenta nagiba,  $\alpha=0,05$ .
- Oceniti, uz verovatnoću od 0,95 prosečnu vrednost ostvarenog prometa za površinu prodajnog prostora od 30 m<sup>2</sup>.
- Sa istim nivoom pouzdanosti predvideti individualnu vrednost ostvarenog prometa za površinu prodajnog prostora od 30 m<sup>2</sup>.
- Utvrđiti stepen i smer slaganja između posmatranih pojava.

40. Na osnovu uzorka od 20 studenata koji su posmatrani prema bodovima osvojenim na završnom ispitu iz Statistike (zavisna promenljiva) i vremenu koje su proveli u spremanju istog (broj sati učenja – nezavisna promenljiva), dobijeni su sledeći rezultati:

$b_0$	$b_1$	$r^2$	$S$
22.16	.99	0.674	6.43

- Objasniti dobijene rezultate.
- Utvrđiti stepen slaganja između posmatranih pojava i testirati značajnost dobijenog koeficijenta korelacije.

41. Grupa od 12 kupaca jednog proizvoda iskazala je svoje zadovoljstvo kupljenim proizvodom sledećim stavovima - Vrlo zadovoljan (VZ), Zadovoljan (Z), Nezadovoljan (NZ) i Vrlo nezadovoljan (VNZ). Podaci o oceni proizvoda od strane kupaca kao i učestalost kupovine ovog proizvoda tokom tromesečnog perioda dati su u sledećoj tabeli:

Kupac	I	II	III	IV	V	VI	VII	VIII	IX	X	XI	XII
Ocena	NZ	Z	Z	VZ	Z	VNZ	Z	NZ	Z	Z	VNZ	VZ
Učestalost kupovine	15	20	18	25	20	5	15	12	22	22	8	28

Utvrđiti stepen slaganja između ocene i učestalosti kupovine, a zatim testirajte značajnost ocene dobijenog koeficijenta korelacije uz koeficijent pouzdanosti od 0,98.

42. Uvodjenjem u analizu i broja bodova ostvarenih na kolokvijumu ( $X_2$ ) u model iz zadatka br. 40, dobijeni su sledeći rezultati:

$b_0$	$b_1$	$b_2$	$R$	$S$
2.91	0.48	1.66	0.909	4.39

- Objasniti dobijene rezultate.
- Utvrđiti korigovani koeficijent višestruke determinacije.

43. Korišćenjem podataka iz Zadatka 42, dobijeni su sledeći pokazatelji:

Pearson Correlation	Rezultati na završnom ispitu	Broj sati učenja	Broj bodova na kolokvijumu
Broj bodova na završnom ispitu	1.000	.832	.858

Broj sati učenja	.832	1.000	.732
Broj bodova na kolokvijumu	.858	.732	1.000

Utvrđiti odgovarajuće koeficijente parcijalne (delimične) korelacije.

44. Dati su podaci o ukupnom prometu preduzeća „Globus,, u periodu 2014-2019:

Godina	Promet (u mil. dinara)
2014	90
2015	80
2016	120
2017	110
2018	160
2019	120

- Izračunati indekse sa bazom u 2014. godini i grafički ih prikazati.
- Izračunati lančane indekse i grafički ih prikazati.
- Preračunati bazne indekse sa bazom u 2014. na bazne indekse sa bazom u 2017.
- Lančane indekse preračunati u bazne indekse sa bazom u 2016. godini.
- Izračunati geometrijsku stopu rasta.

45. Na osnovu podataka iz sledeće tabele izračunati:

Proizvod	Proizvodnja (u 000 kom)		Cena (u 00 din) 2012.	Indeks vrednosti (2012=100)
	2012	2017		
A	70	125	1,5	140
B	50	110	9,0	210
C	30	40	0,7	110

- Laspejresov indeks količine.
- Pašev indeks cene.
- Fišerov idealni indeks količine.
- Grupni indeks vrednosti.

46. U jednom preduzeću cene tri vrste proizvoda (u dinarima) u 2015. godini bile su: A – 15, B- 40, C-20, u 2019. godini cena proizvoda A je bila za 10 dinara veća, proizvoda B za 25 dinara manja, a proizvoda C za 15 veća nego u 2015. godni. Vrednost proizvoda je u 2019. godini (u dinarima) bila: A- 2500, B- 3500, C- 600, što je u odnosu na vrednost u 2015. godini za proizvod A veće za 15%, za B manje za 26%, za proizvod C manje za 40%. Na osnovu ovih podataka izračunajte Pašev indeks cene i Pašev indeks količine u 2019. godini (2015=100).

47. Ostvarena proizvodnja u preduzeću „Trend,, u periodu 2011-2018.godina data je u tabeli:

Godina	Proizvodnja u t
2011	74
2012	76
2013	78
2014	82
2015	85
2016	91
2017	94
2018	98

- Odabrati odgovarajuću funkciju trenda.
- Oceniti proizvodnju u 2020. godini.
- Izračunati i objasniti standardnu grešku trenda.
- Grafički prikazati procentualna odstupanja od trenda.

48. Proizvodnja motornih ulja u jednoj rafineriji data je u sledećoj tabeli:

Godina	Proizvodnja u t
2012	90
2013	115
2014	130
2015	141
2016	295
2017	370
2018	425

- Odabrati odgovarajuću funkciju trenda metodom pokretnih proseka (raditi sa pokretnim prosecima od po tri člana).
- Izračunati prosečnu godišnju stopu rasta u posmatranom periodu.
- Utvrđiti standardnu grešku trenda.

49. Dati su podaci o ostvarenom prometu pšenice (u mil. tona) u periodu 2016-2019. godina.

Kvartal	Godina			
	2016	2017	2018	2019
I	10	11	12	10
II	12	10	12	13
III	20	18	20	21
IV	5	6	5	4

Metodom odnosa prema opštem proseku ispitati da li posmatrana pojava ima sezonski karakter.

50. Promet u ugostiteljskim objektima u regionu A (u mil. dinara) prikazan je u sledećoj tabeli:

Kvartal	Godina				
	2015	2016	2017	2018	2019
I	-	6	8	10	12
II	-	9	11	14	18
III	-	12	16	19	-
IV	7	8	10	13	-

- Proveriti da li pojava ima sezonski karakter.
- Isključiti uticaj sezone iz kvartala u kome je on najjači.
- Koliki bi promet bio u 2017. godini da nije bilo uticaja sezone?
- Oceniti funkciju linearnog trenda na osnovu kvartalnih podataka o prometu u ugostiteljskim objektima i na osnovu nje predvideti promet u I i II kvartalu 2020. godine, uzimajući u obzir uticaj sezone.
- Grafičkim putem proveriti da li su predviđanja realna.

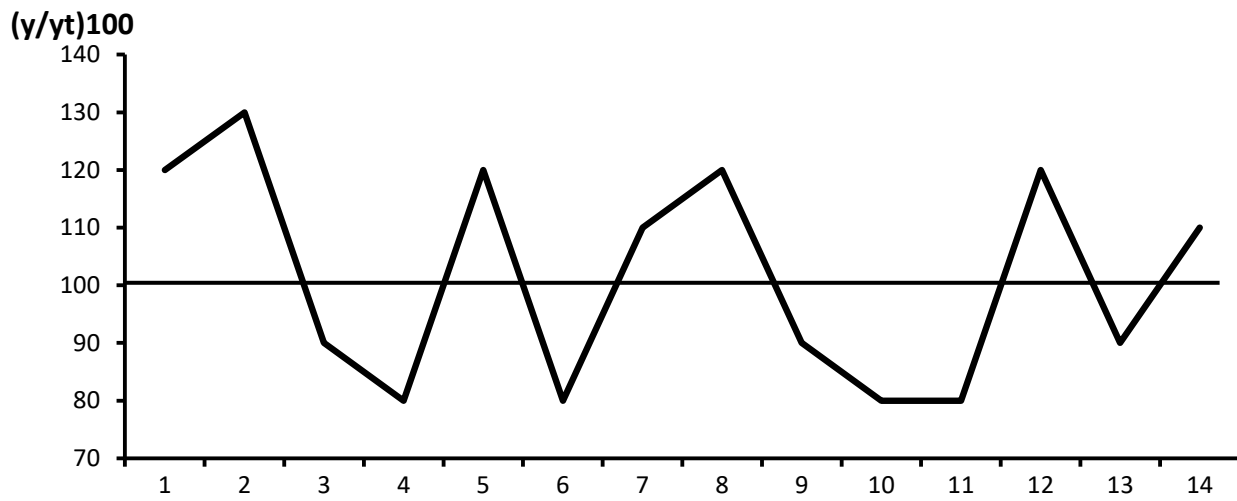
51. U tabeli koja sledi dati su podaci o potrošnji el. energije (u mil. kwh) preduzeća „Duga,, u periodu 2005-2017. godina:

Godina	Potrošnja el. energije
2005	70
2006	68
2007	64
2008	51
2009	56
2010	54
2011	53
2012	63
2013	70
2014	53
2015	61
2016	57
2017	68

Ispitati da li pojavu karakterišu ciklične varijacije. Fukcija linearnog trenda ima sledeći oblik ( $\hat{y}_t = 61 - 0,20x$ ).



52. Na sledećoj slici prikazana su relativna odstupanja od trenda u prodaji jednog proizvoda u periodu 2001-2014. godina.



Proveriti da li pojavu karakterišu ciklične varijacije.